Title	多界面系のストレステンソル(長期研究会「パターン形成、運動およびその統計」,研究会報告)
Author(s)	小貫, 明
Citation	物性研究 (1989), 52(4): 325-327
Issue Date	1989-07-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/93655
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

多界面系のストレステンソル

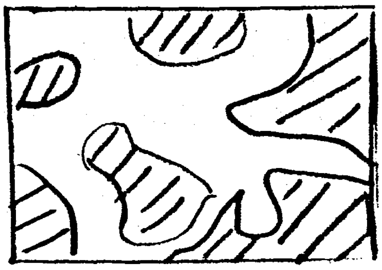
京大基研　　小貫　明

§1 表面張力の大きい場合

左図のように界面のたくさんある2相流体系を考える。 このような系ではドメイン構造が変形すると界面のフリーエネルギーの変化によってある stress tensor が生ずる。

昔より研究されているのは, 界面のフリーエネルギーが単純に表面積に比例する場合である。

$$F_s = \int dS\sigma \tag{1}$$



ここで $\int dS$ は表面積分で σ は表面張力である。 この場合界面変形より発生する平均の stress tensor は次のようになる。

$$\begin{aligned} < \pi_{ij}^{(s)} > &= -\sigma \int' dS[\delta_{ij} - n_i n_j] \\ &= -\sigma A[\delta_{ij} - < n_i n_j >_b] \quad . \end{aligned} \tag{2}$$

ここで $\int' dS$ は単位体積内の面積分, Aは単位体積当りの表面積, $\vec{\mathbf{n}}$ は表面の単位法線ベクトルである。 従って$< \cdots >_b$ は表面での平均になる。 （2）は Rosenklide という人が 1967 年に導いている (J. Math. Phys. **8**(1967)84) が, その後いろいろな人によって再導出されている。 私の導出は Phys. Rev. A**35**(1987)5149 に発表されている。 川崎恭治氏・土井正男氏も導いたとのことであった。 弱い流動場があり incompressible なら次のような展開ができる。

$$< n_i n_j >_b = \frac{1}{3}\delta_{ij} - \alpha_1 [\frac{\partial}{\partial x_i}v_j + \frac{\partial}{\partial x_j}v_i] + \cdots \quad . \tag{3}$$

$\Delta\eta = \alpha_1\sigma A$ は粘性率の増加分である。

私の上記論文ではとくに臨界点近くで相分離過程にある流体の粘度を考えた。ここで torsionally oscillating cylinder のような粘度計で粘度を測ってみる。すると粘度計の振動面のまわりで，相分離によって発生する domain が細かく破壊される。その大きさは多くの場合 $R \sim \sigma/\eta S$ 程度にまでなる。S は shear rate で，ηS は shear stress，また σ/R は表面張力による圧力変化である。ここで破砕に伴う energy dissipation rate は $(\phi\sigma/R)S$ で与えられる。ϕ は droplet の体積分率，$\phi\sigma/R$ は表面エネルギー密度，shear S は domain の変形の早さを表わしている。かくして粘度は増加し，その増分 $\Delta\eta$ は次のようになる。

$$(\Delta\eta)S^2 \sim \phi(\sigma/R)S \quad \text{or} \quad \Delta\eta \sim \phi\sigma/RS \sim \phi\eta \tag{4}$$

即ち $\Delta\eta/\eta \sim \phi$ である。この関係は微小変化の emulsion 系に対してよく知られた関係でもある。しかし臨界点近くの場合 domain は非線型に変形されているところが大きな相違点である。このような臨界点近くの effective viscosity の増加は最近になって Maryland の Sengers らのグループによって観測されている。$\phi = 1/2$ で $\Delta\eta/\eta \sim 0.5$ 位になっているそうである。

§2　表面張力の小さい場合

近年，microemulsion 系や赤血球などの membrane の構造形成がさかんに研究されている。このような界面系は界面の微小変化に対しての表面張力がほとんど零であり，その結果「ふにゃふにゃとなる」もしくは「ゆらぎが大きい」。Helfrich によると面間の相互作用を無視すると界面のフリーエネルギーは次のように書ける。

$$F_s = \int dS[\sigma + \frac{1}{2}\kappa(c_1 + c_2 - c_0)^2 + \frac{1}{2}\bar{\kappa}c_1c_2] \tag{5}$$

ここで $\sigma \cong 0$ で，c_1 と c_2 は主極率，κ と $\bar{\kappa}$ は curvature elastic modulus と呼ばれる係数，c_0 は spontaneous curvature と呼ばれる定数である。ここで $H = c_1 + c_2$

と書こう。また $\int dSc_1c_2$ は topological な量であり，面の topology を変化させる変形は今考えないとする。すると（5）の最後の項は一定とみなせる。 一般に（2）の拡張として，$F_S = \int dS\ f(H)$ と書いて，次のような表式をえた。

$$< \Pi_{ij}^{(s)} > = A < (n_i n_j - \delta_{ij}) f(H) >_b + A < [\frac{\partial}{\partial x_i} n_j + \frac{\partial}{\partial x_j} n_i - \frac{\partial}{\partial x_m}(n_i n_j n_m)] \frac{\partial f(H)}{\partial H} >_b \quad . \qquad (6)$$

上式の第2項の n_i の微分で面に垂直方向の成分は消える。 microemulsion 系では，面による粘度の増加は次のようになる。

$$< \Pi_{xy}^{(s)} > = (\Delta\eta) S \sim \kappa H^2 A \times \lambda \qquad (7)$$

ここで λ は無次元の流動等による変形度。 微小変形なら

$$\lambda \sim S t_{rel} \qquad (8)$$

ここで t_{rel} は面の緩和時間である。$\kappa \sim k_B T$, $t_{rel} \sim \eta R^3 / k_B T$, $H \sim 1/R$ を使うとやはり

$$\Delta\eta/\eta \sim \phi \qquad (9)$$

上記関係は面がやわらかくなっても $(\sigma \rightarrow 0)$ 成立していることがわかる。 $St_{rel} \gtrsim 1$ の大変形の場合は面白い現象がありそうである。 vesicle と呼ばれる系ではこの非線形変化が実現できると思われる。

§3 Lamellar phase

さらに面間に相互作用のある場合は lamellar 構造などができる。 この場合の $\Delta\eta$ は異方的だが η よりずっと大きくなることもある。 このことを最初に示したのは Mazenko らのモード結合理論である (Phys. Rev. A**28**(1983)1618)。 このような面間の相互作用を含めた一般論については近い将来発表したいと思う。